Cálculo de probabilidad

Los dados y sus probabilidades

ACTIVIDAD 1

La idea de probabilidad data de muy antiguo y aparece fuertemente ligada a los juegos de azar. Un ejemplo interesante de cómo los juegos de azar motivaron la teoría de la probabilidad es la correspondencia que sostuvieron, a mediados del siglo XVII, Fermat y Pascal, dos grandes matemáticos franceses. Este diálogo epistolar estuvo motivado, en parte, porque a Pascal, un jugador le había preguntado "cómo podía ser que fuera más ventajoso sacar por lo menos un 6 en cuatro jugadas con un sólo dado, que sacar un doble 6 con los dos dados en 24 jugadas, a pesar de que 4 es a 6 como 24 a 36". Es importante aclarar que el jugador había comprobado experimentalmente esta diferencia.

Luego de contar la anécdota anterior, una profesora propuso en su curso que calcularan ambas probabilidades, trabajando en grupos.

En un grupo, Cecilia inmediatamente dijo que tenían que imaginarse cada dado de un color, como siempre hacían y que para la primera probabilidad, "por lo menos un 6" era un 6, dos 6, tres 6 o cuatro 6; y se puso a calcular cada una.

Dalila la escuchó, pero pensó que era más fácil calcular la probabilidad de no sacar ningún 6 en 4 tiradas, que era lo contrario de lo que quería, y luego restarlo de 1.

Enzo, por su parte, no estaba de acuerdo con "pintar cada dado de un color", porque en el problema no se decía eso; además, para asegurar que hubiera un 1, podía pensar que un dado ya estaba en 1: sólo tenía que calcular la cantidad de casos posibles y de casos favorables para los demás dados.

a. Identifiquen si hay afirmaciones ciertas o erróneas en cada uno de los razonamientos de los chicos y justifíquenlos. Calculen de dos formas distintas la probabilidad de obtener "al menos un 6" en 4 tiradas.

Para la segunda parte, decidieron que la forma más corta de calcular era la de Dalila, calculando lo contrario de lo que querían.

Enzo dijo que, en una sola tirada, para calcular la probabilidad de sacar un doble 6 había que dividir 1 caso favorable sobre 18 posibles, porque el primer dado podía salir del 1 al 6, y lo mismo para el segundo dado, así que había 36 combinaciones; pero no importaba cuál iba primero, así que tenía que dividir por 2. Cecilia no estaba de acuerdo, porque para ella había que "pintar los dados", y ver cuál salía primero, así que eran 36 casos posibles. Enzo le dijo que, en ese caso, también tenía que contar en orden los casos favorables, y entonces había 2, según el dado que saliera primero con cada 6, y al simplificar 2/36 le daba 1/18 como a él. Dalila dijo que estaban haciendo algo mal, porque si iban a calcular lo contrario, tenían que sacar la probabilidad de no sacar doble 6, así que en el primer dado podían sacar del 1 al 5, y lo mismo en el segundo, y entonces tenían 25 opciones. Les pareció que algo no estaba del todo bien en esto, porque, ya fueran 1 o 2 opciones de sacar doble 6, con las 25 no llegaban a completar las 36 posibles.

b. Analicen cada uno de los razonamientos descritos; señalen los errores que pudiera haber.

c. Calculen la probabilidad de obtener "al menos un doble 6" en 24 tiradas (a partir de calcular la probabilidad contraria).

Para reflexionar

- Enuncien las propiedades que usaron para calcular las probabilidades buscadas.
- Comparen las distintas maneras correctas que plantearon para calcular la primera probabilidad, e indiquen cuál sería otra forma de calcular la segunda probabilidad pedida.

ACTIVIDAD 2

Cuentan que un célebre matemático llamado Juan Le Rond D'Alembert tuvo una no menos célebre equivocación. Calculó que la probabilidad de sacar por lo menos una cara al arrojar dos veces una moneda era 2/3.

a. Expliquen por qué es incorrecta esta respuesta.

b. Calculen la probabilidad de obtener exactamente una cara al arrojar dos veces una moneda.

c. Calculen de dos formas distintas la probabilidad de obtener al menos una cara.

Para investigar

Rodrigo asistió a una reunión de amigos y contó cuántas personas había presentes; después de este cálculo, dijo que era "muy probable" que allí hubiera dos personas que cumplieran años el mismo día; es decir, que la probabilidad de eso era mayor que 1/2.

Inmediatamente un amigo argumentó que, para que de seguro hubiera dos personas que cumplieran años el mismo día, el grupo tendría que tener 366 personas. Entonces, para que la probabilidad fuera mayor que 1/2, sería necesario que estuvieran presentes al menos 183 personas, que es la mitad de 366.

Rodrigo le dijo que había caído en un error muy común, que no se sintiera mal por eso, y que mejor se concentrara en el problema inverso.

Al rato, el amigo le dio la razón.

- Discutan por qué saber que la probabilidad es mayor que 1/2 le permite afirmar que "es muy probable".
- Averigüen cuál es el menor número de personas que podía haber en la reunión; como ayuda, les decimos que eran menos de 25 personas.